

随机引力波背景及天琴探测*

蒋贇, 梁正程, 胡一鸣, 魏东东

“天琴计划”教育部重点实验室, 中山大学天琴中心 & 物理与天文学院, 天琴前沿科学中心, 国家航天局引力波研究中心, 广东 珠海 519082

摘要: 在毫赫兹频段附近存在着种类丰富的随机引力波源, 主要来自原初宇宙和早期宇宙演化的过程, 以及晚期宇宙各种天体物理过程产生的引力波的非相干叠加。天琴等空间引力波探测器在毫赫兹频段具有最好的灵敏度, 因此空间引力波探测将帮助我们深入探知宇宙起源及其演化的细节; 也有望成为探查超标准模型新物理的独特而有效的途径。本文将介绍多种随机引力波背景的产生机理以及简单评估天琴对随机引力波背景的探测能力。

关键词: 引力波; 随机引力波背景; 宇宙演化; 天琴计划

中图分类号: P159.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2021)01-0053-09

Stochastic backgrounds of gravitational wave and the detectability at TianQin

JIANG Yun, LIANG Zhengcheng, HU Yiming, WEI Dongdong

MOE Key Laboratory of TianQin Mission, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Frontiers Science Center for TianQin, CNSA Research Center for Gravitational Waves, Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai 519082, China

Abstract: Near the milli-Hertz band there are stochastic gravitational wave background (SGWB) that can be generated from numerous sources, such as the primordial universe and the incoherent superposition of gravitational waves from astronomical sources. Given the strongest detectability for the SGWB at the order of the milli-Hertz frequencies, space-borne detectors of gravitational waves (e. g. TianQin) will help us to explore the origin of our universe, and it may also become a unique and efficient approach for probing new physics beyond the Standard Model. In this article we will discuss the production mechanism for various SGWBs and briefly assess the detectability for the SGWB at the TianQin.

Key words: gravitational waves; stochastic backgrounds of gravitational waves; universe evolution; TianQin

1 引言

2015年LIGO探测到引力波, 完成了对广义相对论预言的最后一项检验, 标志着引力波物理学

进入了一个崭新的研究时代。到目前为止, LIGO已经探测到了50个引力波事件^[1-2], 反复证实了引力波的存在。不过我们对引力波物理性质的了解才刚刚开始。由于引力相互作用极其微弱, 宇宙

* 收稿日期: 2020-11-14

录用日期: 2020-11-30

网络首发日期: 2021-01-18

基金项目: 广东省基础与应用基础重大项目 (2019B030302001)

作者简介: 蒋贇 (1986年生), 男; 研究方向: 粒子物理、粒子宇宙学、引力波物理; E-mail: jiangyun5@sysu.edu.cn

中具有可观测效应的引力波事件发生在大质量天体的剧烈运动过程。除了已经被明确探测到的黑洞双星并合和中子星双星并合产生的引力波之外,我们几乎可以确定还存在未被探测到的天体物理随机引力波背景(由晚期宇宙的天体活动产生)和宇宙学随机引力波背景(由早期宇宙的事件产生)。基于大爆炸和暴胀模型框架的现代宇宙学理论上预言了宇宙暴胀期间会产生原初引力波,但至今还没被观测到。希格斯粒子的发现^[3-5]找到了粒子物理标准模型的最后一块缺失已久的元素,然而标准模型本身存在许多明显的宇宙学局限性:它既无法解释观测到的早期宇宙的正反物质不对称(重子不对称性),也缺失暗物质的候选粒子。基于现有的实验结果,由标准模型希格斯粒子驱动的宇宙暴胀机制^[6]已被证实并非完美的基本理论,而是至少约低于普朗克能标五个量级的有效理论^[7-8]。因此,解决这些问题需要延拓标准模型构建一个新物理理论体系,这可能会显著影响宇宙演化,诱导早期宇宙经历一级相变进而产生随机引力波背景。由于引力相互作用极其微弱,即使原初宇宙产生的引力波也可以无损地在宇宙中长距离传播,所以背景引力波原则上携带了所有早期宇宙的物理信息,将帮助我们深入探知宇宙起源及其演化的细节,尤其能够首次窥探我们至今一无所知的大爆炸核合成之前的宇宙。宇宙学相变是发生在宇宙早期演化的关键事件,不同频率的引力波对应于宇宙演化的不同时期和不同的天体物理过程。与粒子物理和宇宙学有着紧密联系的弱电相变会产生毫赫兹频段的随机引力波背景。

天琴等空间引力波探测器在毫赫兹频率范围内具有很高的灵敏度^[9],使其成为观察弱电能标尺度(对应于大爆炸后大约 10 ps)宇宙相变产生的引力波信号的理想仪器。所以,在粒子对撞机受制于技术能力而很难突破能量极限的情况下,空间引力波探测有望成为探查超标准模型新物理的独特而有效的途径,提供粒子对撞机无法获得的关于弱电物理的重要信息,有助于我们探索弱电对称破缺等重要科学问题。即使搜寻对撞机能量范围之内的新物理,鉴于粒子对撞机的造价已经相当昂贵,具有较好性价比的空间引力波探测方法也将为直接搜寻新粒子指引方向。一旦探测到源于早期宇宙的随机引力波背景,将为现代宇宙学理论提供有力的验证,获得地面加速器远远

无法触及的超高能标的物理规律。引力波探测对粒子物理学和基础物理学都有重要的意义,也会给我们带来理解世界与宇宙的全新方式。

2 随机引力波背景基础

2.1 强度定义

为了描述背景引力波的大小,我们定义引力波的能量密度

$$\rho_{\text{GW}} = \frac{1}{32\pi G} \langle \dot{h}_{ij}^{\text{TT}} \dot{h}^{\text{TT}ij} \rangle, \quad (1)$$

式中 \dot{h}^{TT} 为横向无迹的引力场空间分量,符号 $\langle \rangle$ 表示对多个振荡周期取平均以及系综平均。不过在实际探测时,我们通常用谱密度与热平衡宇宙的临界密度 ρ_c 的比值定义一个无量纲的量来表征随机引力波背景的强度:

$$\Omega_{\text{GW}}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GW}}}{d \ln f},$$

这里 $d\rho_{\text{GW}}$ 是在频率范围 $\ln f$ 到 $\ln f + d \ln f$ 内的引力波的能量密度, $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G)$ 是宇宙的临界密度, H_0 为现在的哈勃常数,写成 $H_0 = 100h_0 \times \text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ 。根据普朗克卫星的测量,参数 h_0 最新的测量值为 $h_0 = 0.674$ ^[10]。为了规避这个参数测值导致的不确定性,我们通常采用 $h_0^2 \Omega_{\text{GW}}(f)$ 来描述随机引力波背景。

2.2 红移效应:随机引力波的传播

随机引力波背景自产生后会伴随着宇宙膨胀发生红移,一直传播到现在被探测器观测到。考虑到引力波传播过程基本不与宇宙其余部分发生相互作用,所以可以认为引力波的能量密度遵循 a^{-4} 的规律减少(其中 a 为宇宙标度因子),而引力波的频率则以 a^{-1} 的关系发生红移。假定宇宙自相变以来一直保持绝热膨胀,那么单位共动体积内的熵值 $S \propto g(T)a^3 T^3$ 且保持恒定。这样可以得到,相变时刻和当今时刻的标度因子之比为:

$$\frac{a_*}{a_0} = 8.0 \times 10^{-16} \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} \left(\frac{100 \text{ GeV}}{T_*} \right), \quad (2)$$

式中 g_* 是在引力波产生时刻温度 T_* 总的相对论性粒子的能量有效自由度。下标 0 表示当前时刻的观测量。这里,我们用下标 * 和 0 来区分引力波产生时刻和当前观测时刻的物理量。利用此变换关系,我们可以得到红移后的频率

$$\begin{aligned} f_0 &= f_* \left(\frac{a_*}{a_0} \right) \\ &= 1.65 \times 10^{-5} \text{ Hz} \left(\frac{f_*}{\text{Hz}} \right) \left(\frac{T_*}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \end{aligned} \quad (3)$$

以及当前时刻观测到的引力波谱 (假定相变结束之后宇宙立即进入了辐射为主的状态):

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{GW}, 0} h_0^2 &= \left(\frac{a_*}{a_0}\right)^4 \left(\frac{H_*}{H_0}\right)^2 \Omega_{\text{GW}*} \\ &= 1.67 \times 10^{-5} \left(\frac{100}{g_*}\right)^{1/3} \Omega_{\text{GW}*}.\end{aligned}\quad (4)$$

3 随机引力波背景的产生机制

宇宙演化相关的过程中会产生着多种多样的

随机引力波背景 (见图 1), 根据其形成的物理起源大致可以分为两类: 一类是来自于孤立引力波源的非相干叠加^[11-12], 包括大量的双中子星和双白矮星系统的引力辐射贡献, 以及大量的超大质量黑洞双星辐射形成的随机引力波背景; 另一类源于早期宇宙阶段, 包括宇宙暴胀、暴胀结束后的预加热和再加热以及相关的非微扰现象; 也包括各种宇宙学相变 (如量子色动力学相变, 弱电相变等) 以及拓扑结构对称性破缺形成的宇宙缺陷。

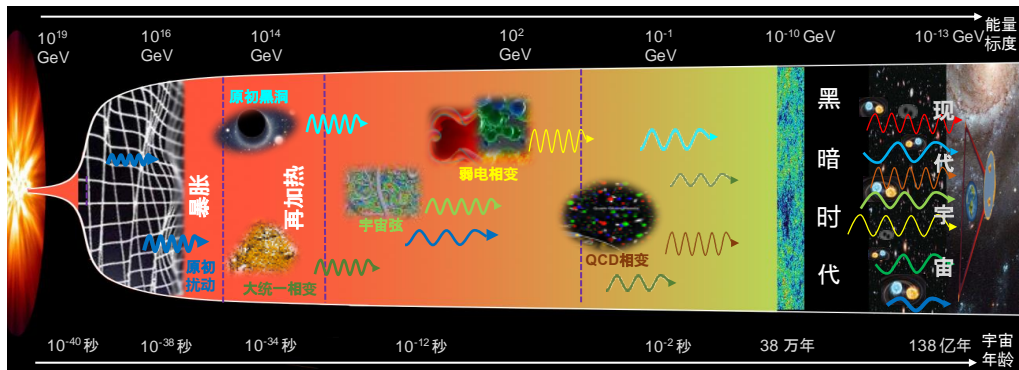


图 1 宇宙演化过程中各种重要的随机引力波源

Fig. 1 Important sources of SWGBs during the evolution of the universe

3.1 极早期宇宙暴胀产生的原初引力波

为了解决大爆炸理论面临的三大疑难: 视界疑难、平直性疑难和磁单极子疑难^[13], 古斯大胆提出宇宙在创生之后以指数形式经历了空间的膨胀。这个过程非常短暂, 称之为宇宙暴胀, 它由 (引入的) 标量“暴胀场”的自身斥力作用 (类似于相同磁极排斥的效应) 来推动。在这个理论框架下, 标量“暴胀场”的真空量子涨落会随着暴胀被放大, 当波长大到超过视界的尺度时, 就会形成经典的标量型原初密度波。除此之外, 宇宙时空本身的量子涨落经过暴胀后会形成超视界的张量型扰动。当暴胀结束后宇宙重新进入视界, 放大的张量型扰动充斥整个宇宙构成各向同性的背景, 称为原初引力波。反之, 如果张量扰动的波长不够长, 那么其将无法逃出视界来放大形成明显的引力波。因此, 暴胀过程产生的原初引力波谱会在高频处被截止。对于最简单的慢滚暴胀场模型, 引力波信号在高频段随着宇宙演化被极大地压低; 而在中高频段信号的振幅大小完全取决于张标比 r 的大小。到目前为止, Planck 卫星和 BICEP2 探测器对宇宙微波背景辐射各向异性的探测结果已经将张标比限制到很小, 即 $r \leq 0.056$ ^[10],

所以原初引力波谱可近似看作是标度不变的, 振幅大约在 $\Omega_{\text{GW}}(f) \approx 10^{-16}$ ^[14]。这个幅度至少比天琴灵敏度曲线低 3 个量级, 因此天琴很难探测到原初引力波; 但是在极低频段 (10^{-15} Hz 以下, 其波长大致相当于宇宙的尺度) 引力波背景会保持较强的信号, 能在宇宙微波背景 (CMB) 上留下独特的印记。不过到目前为止, 通过宇宙微波背景只证实了标度不变的原初密度扰动, 还没有观测到原初引力波。从理论上讲, 如果在暴胀期间还引入其他新粒子 (除了标量暴胀子), 那么除了近似标度不变的引力波背景外, 还可能产生更复杂的高振幅原初引力波, 或者引力波功率谱不再保持标度不变, 甚至出现随频率发生振荡的行为^[15]。总之, 原初引力波的性质与原初宇宙的物理规律以及后期的宇宙演化行为都息息相关。

3.2 后暴胀时期产生的随机引力波背景

除了暴胀时期形成的原初引力波外, 随机引力波背景还可以由暴胀之后的不同物理过程产生, 主要包括原初黑洞^[16-17]、再加热时期^[18]、宇宙学相变以及宇宙拓扑缺陷^[19]。篇幅限制的原因, 本文主要介绍与弱电能标粒子物理有密切关系的宇宙学弱电相变和宇宙缺陷的产生机理。

3.2.1 宇宙学相变 在传统的宇宙学图像中, 宇宙创生阶段处于高温致密、能量以辐射为主的等离子体状态, 并且假定具有未知的对称性。之后, 伴随着漫长的宇宙演化, 最终变成了我们当前所生活的宇宙。欧洲核子中心的大型对撞机实验发现了粒子物理模型预言的希格斯场, 并且证实了希格斯场在当前宇宙背景中具有真空期望值, 这样我们可以成功解释物质的质量起源。用物理语言来说, 希格斯场具有真空期望值表明与其关联的弱电对称被破坏了。这意味着宇宙在演化过程中一定发生过序参数 (比如希格斯场) 的变化, 这个对称性自发破缺过程称之为相变。

当宇宙经历一级相变 (序参数发生突变的情况), 它会从相变前处于的 (对称相) 伪真空态隧穿到 (破缺相) 真真空态, 在这个过程中, 等离子体宇宙核化形成真空泡 (类似于快沸腾时产生的水泡), 这些真空泡储存相变释放的能量, 成为辐射引力波的来源。成核之后, 真空泡膨胀并最终与其他真空泡发生碰撞, 这会破坏单个真空泡具有的球对称性导致引力辐射。早期提出的包络近似模型^[20]完整地描述了这个物理过程, 该模型认为相变释放的能量全部积聚在泡壁上; 引力辐射的贡献只来自于真空泡壁的未碰撞部分并且在碰撞瞬间耗散。基于这个假设, 引力辐射会随着相变的完成而停止。但是, 最近完成的大尺度三维流体模拟^[21]否定了这个简单的产生机制。流体模拟的结果发现, 真空泡碰撞结束后真空泡壁中存储的大部分真空能转化成泡壁周围等离子流体的动能, 以声波和湍流的形式在等离子流体中持续存在, 继续产生引力辐射。但对于流体运动如何产生引力波, 目前尚无可靠的定论。最新的理论工作对包络近似模型进行了修正, 主要考虑碰撞真空泡的重叠区域的能量是存在一定的“寿命”^[22]。近期提出的体流模型^[22]和声壳模型^[23-24]则认为相变的能量并不是全部储存在泡壁上, 在泡壁附近的有限宽度 (定义为声壳) 也有能量分布, 通过这种机制试图解释声波的产生机理。至于湍流的贡献, 目前我们仍然缺乏可靠的定量分析。通常来说, 相变的强度越大, 等离子流体在真空泡碰撞后会越快进入湍流相。如果声波相持续时间明显小于一个哈勃时间, 那么当等离子流体在声相阶段结束后变成非线性状态, 就会有一定比例的相变能量转移给等离子流体的湍流。这种情况下, 以湍流形式产生的引力波可能

会变得相当显著。

对于一般的相变过程, 上述讨论的三个阶段都会产生相当重要的随机引力波背景。忽略不同阶段的引力波相互干涉效应, 今天观测到的引力波的总功率谱可通过三个阶段贡献的线性叠加来计算,

$$h_0^2 \Omega_{\text{GW}, 0}(f) = 1.67 \times 10^{-5} \left(\frac{100}{g_*(T_*)} \right)^{1/3} \cdot \sum_{\text{all phases } i} S_i(f, \tilde{f}_i) \left(\frac{H_*}{\beta} \right)^p \cdot \left(k_i(\alpha) \frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^q \tilde{\Delta}_{i^*}(v_w), \quad (5)$$

这里幂指数 p, q , 光谱函数 $S_i(f, \tilde{f}_i)$ 和峰值幅度 $\tilde{\Delta}_{i^*}(v_w)$ 在文献 [25] 中给出了详细的定义和表达式。在红移之后, 每个阶段产生的引力波谱的峰值频率为:

$$\tilde{f}_i = 1.65 \times 10^{-5} \text{Hz} \frac{\tilde{f}_{i^*}}{\beta} \left(\frac{\beta}{H_*} \right) \left(\frac{T_*}{100 \text{GeV}} \right) \left(\frac{g_*(T_*)}{100} \right)^{1/6}. \quad (6)$$

3.2.2 宇宙拓扑缺陷 除了上文讨论的真空泡核化, 相变过程也会形成重要的宇宙缺陷^[26]。根据缺陷网络的维度, 可分为拓扑缺陷和非拓扑缺陷, 其中拓扑缺陷包括畴壁, 弦和单极子。无论是哪种类型, 缺陷的物理性质和形成机理与相变破缺的对称性类型密切相关。当相变过程发生对称破缺, 宇宙会从原本均一同性的真空跃变到新的状态, 形成各种取向不同的真空。在处于不同真空相的宇宙边界处就会形成拓扑缺陷的结构。比如由 N 个标量场构成的全局 $O(N)$ 规范理论, 自发地破缺到 $O(N-1)$ 对称性时就会形成宇宙缺陷。特别是, 对于较大的 $N \geq 3$, 会出现非拓扑缺陷 (例如纹理)。伴随着视界在相变过程的持续扩大, 不断变化的拓扑缺陷会产生引力波^[15]。根据前文的描述, 相变可以发生在宇宙演化的任何阶段 (即不同的能标), 所以理论上整个宇宙历史都会辐射引力波, 但是不同阶段产生的引力波的功率谱具有不同的特征频率。具体来说, 形成于物质为主时期的拓扑缺陷网络会产生很强的低频引力波信号, 而在中高频段信号衰减得很厉害^[27], 相反, 在天琴最敏感的毫赫兹频段, 引力波信号主要来自于辐射为主时期形成的拓扑缺陷网络。对于 $O(N)$ 到 $O(N-1)$ 对称破缺形成的拓扑缺陷, 在辐射为主阶段产生的引力波信号可近似表达为^[15]

$$h_0^2 \Omega_{\text{cw},0} \approx \frac{650}{N} \tilde{f}(N) h_0^2 \Omega_r^0 \left(\frac{v}{M_{\text{pl}}} \right)^4, \quad (7)$$

其中 $h_0^2 \Omega_r^0 = 4.1 \times 10^{-5}$ 是现在宇宙的辐射能密度, v 表示标量场获得的真空期望值, 通常与普朗克质量直接比较来表征对称性破缺能标的高低。因子 $\tilde{f}(N)$ 直接来自数值模拟的结果, 可以近似地参数化为 $f(N) = 1.1 + 45/N^2$ [28]。上式表明, 产生的引力波功率谱不随频率变化, 完全取决于对称破缺的能标 v 和 N 的值。对称破缺发生在越高的能标, 其功率谱的幅度越大, 因此在暴胀时期或者暴胀结束后这种效应非常显著, 而经由弱电相变形成的拓扑缺陷产生的引力波通常远远小于相变真空泡自身的贡献。不过, 这个引力波信号在大 N 的情况下会受到明显地抑制。即使对于最理想的 $N = 3$ 情况, 产生的引力波信号也相当微弱, 很难被现有的空间引力波探测项目捕捉到。

3.2.3 宇宙弦 简单来说, 宇宙弦是一维宇宙拓扑缺陷。它是一种假设性的概念, 既可以是弦理论中构建的基本(超)弦, 也可以对应各种场论中由于对称性破缺而形成的稳态拓扑解。最简单的理论有 $O(2)$ 或者 $U(1)$ 规范场理论 [29], 都会直接影响早期宇宙的相变。对于无限细的弦(Nambu-Goto弦), 宇宙弦只需要用一个量来描述, 例如无量纲的量 $G\mu$ (牛顿常数 G 和线能量密度 μ 的乘积) 表征它的张力强度, 它与对称破缺的尺度有着直接的关联 $G\mu = \pi(v/M_{\text{pl}})^2$ [15]。作为一种特殊的拓扑缺陷, 宇宙弦会在创建之后形成复杂的网络结构, 然后弦网络将借助宇宙的膨胀而伸展, 弦的高速运动导致单根弦的自交叉或者两根弦相互交换后发生重联, 通过这样的方式可以持续形成宇宙弦的环圈。当形成的环圈小于视界(亚视界环圈), 那么几乎不受宇宙膨胀演化, 并由自身的张力驱动不断振荡, 缓慢衰减构成额外的引力波源。相反, 当闭合的环圈超过视界尺寸(超视界环圈), 环圈会占据大于一个哈勃体积的空间, 这时引力波贡献主要来自其小规模结构的积累效应。不过一般情况下, 大环圈很难剧烈振荡, 所以产生的引力波背景基本可以忽略不计。除了闭合无终点的环圈, 宇宙弦也会以开弦的形式伸展到无穷远处 [30]。这两种类型的宇宙弦具有各自不同的属性, 主要包括弦的碰撞方式和碰撞概率。这些区别会根本上影响弦网络的演化和环圈的振荡衰减模式, 进而显著改变产生的引力波背景。由于宇宙弦具有伴随宇宙膨胀连续辐射的特性, 因此使其成为

探测宇宙演化历史的理想波源。最新的模拟结果 [31-32] 显示倘若早期宇宙经历了相变, 那么有较大概率形成尺寸较大的亚视界环圈 $\alpha \gg \Gamma G\mu$ (α 表征宇宙弦环圈与视界比较的相对大小, 是一个无量纲的物理量)。在这种情况下, 亚视界环圈的数密度 n 依赖于宇宙的能量分布, 比如是处于辐射为主还是物质为主的阶段。我们将整个宇宙历史中辐射的引力波线性相加就可以近似估算宇宙弦网络产生的总引力波功率谱:

$$\Omega_{\text{cw},0}(f) = \frac{8\pi(G\mu)^2}{3H_0^2 f} \cdot \sum_{\text{all phases } i} \sum_{k=1}^{\infty} 2k P_k \int dz \frac{n_i \left(\frac{2k}{(1+z)f}, t(z) \right)}{H(z)(1+z)^6}, \quad (8)$$

式中第一个求和表示引力波贡献来自三个阶段: a) 环圈在辐射为主时期形成并衰减; b) 环圈在辐射主导时期形成但是维持到物质为主时期才开始衰变; c) 环圈在较晚的物质为主时期形成并衰减。第二个求和包含了各种模式振荡的环圈, 其中 P_k 表示以 k 模振荡的环圈平均功率谱, 主要来源于环圈的尖角、扭结以及扭结-扭结碰撞等突出结构积聚的能量, 其中尖角的贡献在大 k 模振荡的环圈中会变得非常重要 [31]。积分元中的分子表示在宇宙时间 $t(z)$ 时刻, 不变长度为 l 的环圈数密度 $n(l, t)$; 分母中的 $H(z)$ 为物质-辐射宇宙的哈勃参数, 对红移 z 的积分范围则取决于环圈在哪个阶段形成和衰变, 具体讨论可参见文献 [30]。

3.3 天体物理起源的随机引力波背景

很多天体物理的过程, 如中子星自转, 致密双星系统的演化, 超新星爆发等都会辐射引力波。由于在宇宙空间中, 存在着大量这样的引力波事件, 宏观上近似均匀随机分布, 从而构成随机引力波背景。但是, 对于不同的孤立波源, 产生的引力波谱的性质是不同的。

3.3.1 双白矮星绕转 双白矮星系统是非常重要的引力波源, 因为在银河系中遍布着数量巨大的双白矮星, 每个双白矮星在并合过程中都会发出近似单频的引力波信号 [33]。由于这些信号具有极其相似的幅度和特征频率, 所以会导致大量信号聚集在狭窄的频段难以被单独识别, 除非某个信号明显强过其他信号以及探测器噪声。这些无法被单独辨识的系内双白矮星引力波信号会发生非相干叠加, 其强度与探测器噪声相当, 通常称之为前景 [34]。双白矮星系统的演化涉及到复杂的物

质交换过程, 因此其引力波波波形会较为复杂, 对应的前景, 不仅依赖于双白矮星系统的形成率, 也会与具体演化过程有关。需要注意的是, 由于银河系并非各项同性, 太阳系也不在银河系中心, 因此, 双白矮星的空间分布是各项异性的。天琴不同指向的选取会对应于不同的前景噪声。

最后, 在计算双白矮星产生的前景信号时, 需要先将可以被单独识别的信号逐一扣除。随着观测时间的增加, 频率分辨率会提高, 与此同时单个信号的强度也会得到累积增强, 这两者都有助于增加可单独识别的信号数量。反过来, 对于同一群源构成的前景, 其强度是与观测时长无关的, 而更长的观测时间会导致构成前景的白矮星数目减小, 从而导致前景的压低^[25]。

3.3.2 恒星级质量致密双星旋近 除了双白矮星, 双中子星和恒星级质量双黑洞 (约 $1 \sim 10^2$ 倍的太阳质量) 系统也是重要的引力波源。一般来说, 任何双星系统的演化可分为旋进、并合和铃宕三个阶段, 原则上这三个阶段都会产生引力辐射。但是在空间引力波探测最灵敏的毫赫兹频段范围, 产生的引力波主要来自致密双星处于旋近阶段的贡献, 所以目前都直接忽略了旋近之后的引力波辐射。

对于致密双星系统旋近阶段产生的引力波, 最近的工作^[35]考虑了最新观测得到的关于中子星和黑洞的分布函数以及完整的引力波辐射的解析形式 (包含了后牛顿引起的振幅修正)。

$$\Omega_{\text{GW}, 0}(f) = \frac{f}{\rho c} \int d\theta_k \int_0^{z_{\text{max}}} dz \frac{R_m(z | \theta_k) \frac{dE_{\text{GW}}}{df_s}(f_s, \theta_k)}{(1+z)H(z)}, \quad (9)$$

这里 θ 表征双星系统的某个参数, 可以是质量、自旋、轨道偏心率以及金属丰度等物理量。 $R_m(z | \theta)$ 为双星系统的并合事件率, 它与双星系统的形成率和时延 t_d (双星从形成到并合所需时间) 分布有关。 $\frac{dE_{\text{GW}}}{df_s}(f_s, \theta_k)$ 表示双星系统演化时刻产生的引力波能谱, 源频率为 $f_s = (1+z)f$ 。如前文所描述, 引力波产生之后一直传播到现在的探测器, 会发生红移效应。由于这里讨论的天体物理波源都发生在新近宇宙 (宇宙微波背景之后), 所以在数值分析中可选取红移上限为 $z_{\text{max}} = 10 \sim 50$ 。在这样的低红移范围, 宇宙处于物质和暗能量主导的状态,

哈勃参数可近似为: $H(z) \approx H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}$ 。

最后, 我们需要对探测器观测视界内, 所有不同性质的致密双星以及不同时刻产生的引力波进行非相干叠加, 最后得到总的随机引力波背景能谱。

数值结果^[25]显示, 双中子星和恒星级质量双黑洞在毫赫兹频段会形成谱形相似的随机引力波背景。从幅度上比较, 双中子星产生的随机引力波背景并不如双黑洞的贡献显著。这是因为尽管银河系内双中子星并合的事件远远高于双黑洞, 但是其平均单个并合事件辐射的引力波远低于双黑洞。

3.3.3 超大质量黑洞并合 除了恒星级质量双黑洞, 银河系内还存在着许多超大质量的黑洞 (其质量大约为太阳质量的 $10^2 \sim 10^8$ 倍)。由于自身具有极大的质量, 这类黑洞在并合过程中会辐射出极为强烈的低频引力波信号。目前主要设计用脉冲星测时阵列在低频段来捕捉这种引力波^[36], 相反在中高频段这种引力波谱会相对微弱, 低于天琴的探测能力^[25]。

4 天琴探测随机引力波能力的评估

4.1 天琴灵敏度

目前, 较为成熟的空间激光干涉引力波探测计划主要包括我国的天琴计划和欧洲 LISA 计划等。两个项目都是由 3 颗卫星构成的等边三角形空间引力波探测器, 区别在于天琴绕地球旋转, 轨道高度为 10 万公里; LISA 则在地球外约前 20° 的绕日轨道。本文主要针对天琴进行分析。天琴探测器的激光从每颗卫星发射到其余两颗卫星, 共计 6 条光路, 这 6 条光路理论上可以构成两个噪声独立的迈克尔逊通道, 但是其信号响应是不相关的, 所以无法通过互相关的处理手段探测随机引力波的背景。所幸的是, 对于三角形的空间引力波探测器, 可以通过构建时间延迟干涉 (TDI) 通道来提取随机引力波背景^[37]。其工作原理是: 在时间延迟干涉通道中会存在一个特殊的空通道^[38], 当响应的引力波频率小于探测器的特征频率 $f_s = c/(2\pi L)$ (L 为光路长度, 也就是两颗天琴卫星的臂长距离), 该通道对引力波信号的响应会被强烈压制, 使其能够起到监控和模拟噪声的作用, 这样就可以在其他时间延迟干涉通道中扣除噪声来提取残留的引力波信号。根据前文论述, 我们知道随机引力波背景是由各种各样不同物理过程的波

源混叠而成, 所以原则上随机引力波背景的谱形无法通过单一模型来确定。它的谱形没有原初引力波的标度不变特征, 也不像致密双星那样随着频率变大而单调增大, 和“倒碗形”的相变引力波谱也不同。我们需要考虑上述所有的情况构造幂律指数形式的灵敏度曲线^[39], 这样就可以从直观上判断经过一定探测时间的积累, 随机引力波背景是否明显超出探测器噪声而能被捕捉到。图 2 给出了天琴运行 5 年的灵敏度曲线, 相比 LISA^[40], 天琴的最优探测频段略微朝高频有偏移, 这是因为天琴卫星的星间距比 LISA 低一个量级。

4.2 天琴探测能力评估

图 2 中给出了上文讨论的宇宙学波源的随机引力波谱实例, 蓝线和红线是弱电相变形成的随机引力波背景, 其参数 $(\alpha_z, \alpha_v, v_w, \frac{\beta}{H_*}, T_*)$ 的取值分别为 $(0.1, 1, 1, 5, 50\ 000)$ 和 $(0.4, 0.5, 1, 50, 100)$; 紫色线是宇宙弦产生的引力波背景, 我们取宇宙弦的张力强度 $G\mu = 10^{-11}$; 红色线为单个慢滚暴胀场形成的原初引力波, 其张表比为 0.056; 橙黄色和棕色线分别为双黑洞、双中子星形成的随机引力波背景, 其事件率的取值分别为 $53.2\ \text{Gpc}^{-3}\cdot\text{yr}^{-1}$ 和 $980\ \text{Gpc}^{-3}\cdot\text{yr}^{-1}$ 。其中, 宇宙学相变产生的随机引力波背景最为特别, 呈现“倒碗形”的谱形; 谱峰对应的频率与相变的物理性质有紧密联系, 尤其是与相变的温度。对于弱电相变 (蓝色实线), 典型的峰值频率大约在 1~100 mHz 范围内。相反, 宇宙弦产生的随机引力波背景则几乎与频率无关。根据最新的普朗克卫星测量结果, 对称破缺的能标不超过 $\nu \leq 10^{16}\ \text{GeV}$ ^[41], 这样产生的引力波振幅最大可以达到 10^{-10} 的量级, 明显超过了天琴的背景噪声水平。因此, 结合天琴的灵敏度曲线 (绿色粗线), 我们可以得到重要的定量结果。经过 1~5 年的观测时间积累, 天琴对多种宇宙学波源的随机引力波背景潜在有相当强的探测能力, 其中宇宙弦和相变产生的随机引力波背景的测量信噪比分别可高达 10^3 和 10^5 的数量级^[25]。由于粒子物理标准模型无法实现一级相变, 所以对弱电相变引力波的直

接探测既能识别弱电相变模式了解宇宙演化历史的细节, 也能辅助甚至有潜力替代粒子加速器来有效探查弱电能标以及更高能标的新物理, 成为粒子宇宙学学科领域的重要实验。

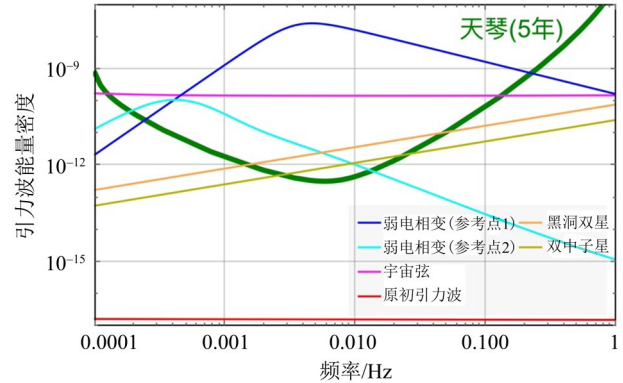


图 2 不同时期宇宙过程产生的引力波谱

Fig. 2 The spectra of stochastic gravitational waves produced by the cosmos processes at various stages

5 总结与展望

天琴等空间引力波探测器在毫赫兹附近的频率范围内具有很高的灵敏度, 使其成为观察弱电能标尺度 (对应于大爆炸后大约 10 ps) 宇宙学相变产生的引力波信号的理想仪器。它有望帮助我们了解宇宙学相变的动力学、理解宇宙的演化、揭示早期宇宙的真实细节以及探索弱电相变的物理本性等关键科学问题。空间引力波探测将无法通过其他方式获取的关于早期宇宙的信息, 极有希望为我们一窥宇宙起源的奥秘提供全新的观测窗口。宇宙学波源的随机引力波背景常常涉及远超目前地面粒子加速器所能触及的能标, 是研究超出粒子物理标准模型的物理理论的绝佳工具。除此之外, 在毫赫兹频段附近的引力波频谱上, 有着种类丰富的引力波源。因此, 可以通过研究其互相交叠产生的随机引力波背景, 探究群体性质以及开展多波源引力信号波测。开展毫赫兹频段的引力波探测, 预期将在粒子宇宙学这一新兴的学科交叉领域中发挥举足轻重的作用。

参考文献:

[1] ABBOTT B, ABBOTT R, ABBOTT T, et al. GWTC-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by LIGO and virgo during the first and

second observing runs [J]. Physical Review X, 2019, 9: 031040.

[2] ABBOTT R, ABBOTT T, ABRAHAM S, et al. GWTC-

- 2: Compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the first half of the third observing run [EB/OL]. <https://arxiv.org/pdf/2010.14527.pdf>.
- [3] AAD G, ABAJYAN T, ABBOTT B, et al (ATLAS Collaboration). Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the ATLAS detector at the LHC [J]. *Physics Letters B*, 2012, 716: 1–29.
- [4] CHATRCHYAN S, KHACHATRYAN V, SIRUNYAN A, et al (CMS Collaboration). Observation of a New Boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC [J]. *Physics Letters B*, 2012, 716: 30–61.
- [5] AAD G, ABAJYAN T, ABBOTT B, et al (ATLAS and CMS Collaborations). Combined measurement of the higgs boson mass in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS experiments [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114: 191803.
- [6] MEI J W, BAI Y Z, BAO J H, et al. The TianQin project: current progress on science and technology, progress of theoretical and experimental physics [J]. 2020, accepted.
- [7] AGHANIM N, (Planck) et al. Planck 2018 results. VI. cosmological parameters [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2020, 641: A6.
- [8] ALLEN B, ROMANO J D. Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities [J]. *Physical Review D*, 1999, 59: 102001.
- [9] ROMANO J D, CORNISH N J. Detection methods for stochastic gravitational-wave backgrounds: a unified treatment [J]. *Living Reviews in Relativity*, 2017, 20: 2.
- [10] WEINBERG S. *Cosmology* [M]. Oxford University Press, 2008.
- [11] MAGGIORE M. *Gravitational waves volume 2: astrophysics and cosmology* [M]. Oxford University Press, 2018.
- [12] CAPRINI C, FIGUEROA D G. Cosmological Backgrounds of gravitational waves [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018: 35, 163001.
- [13] CLESSE S, GARCIA-BELLIDO J. Massive primordial black holes from hybrid inflation as dark matter and the seeds of galaxies [J]. *Physical Review D*, 2015, 92: 023524.
- [14] PHINNEY E S. A Practical theorem on gravitational wave backgrounds [EB/OL]. <https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0108028.pdf>.
- [15] BETHKE L, FIGUEROA D G, RAJANTIE A. Anisotropies in the gravitational wave background from preheating [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111: 011301.
- [16] VACHASPATI T, VILENKIN A. Gravitational radiation from cosmic strings [J]. *Physical Review D*, 1985, 31: 3052.
- [17] KOSOWSKY A, TURNER M S. Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles: envelope approximation to many bubble collisions [J]. *Physical Review D*, 1993, 47: 4372.
- [18] HINDMARSH M, HUBER S J, RUMMUKAINEN K, et al. Numerical simulations of acoustically generated gravitational waves at a first order phase transition [J]. *Physical Review D*, 2015, 92: 123009.
- [19] KONSTANDIN T. Gravitational radiation from a bulk flow model [J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018, 3: 047.
- [20] HINDMARSH M. Sound shell model for acoustic gravitational wave production at a first-order phase transition in the early Universe [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120: 071301.
- [21] HINDMARSH M, HIJAZI M. Gravitational waves from first order cosmological phase transitions in the Sound Shell Model [J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019, 12: 062.
- [22] LIANG Z, HU Y, JIANG Y. Science with TianQin: preliminary results on stochastic gravitational wave background [EB/OL]. In preparation.
- [23] VILENKIN A, SHELLARD E P S. *Cosmic strings and other topological defects* [M]. Cambridge University Press, 1995.
- [24] FIGUEROA D G, HINDMARSH M, URRESTILLA J. Irreducible background of gravitational waves from a cosmic defect network: update and comparison of numerical techniques [EB/OL]. <https://arxiv.org/pdf/2007.03337.pdf>.
- [25] FIGUEROA D G, HINDMARSH M, URRESTILLA J. Exact scale-invariant background of gravitational waves

- from cosmic defects [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110: 101302.
- [26] AUCLAIR P, BLANCO-PILLADO J, DFIGUERO A, et al. Probing the gravitational wave background from cosmic strings with LISA [J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020, 4: 034.
- [27] BLANCO-PILLADO J J, OLUM K D. Stochastic gravitational wave background from smoothed cosmic string loops [J]. *Physical Review D*, 2017, 96: 104046.
- [28] KOROL V, ROSSI E M, et al. Prospects for detection of detached double white dwarf binaries with Gaia [J]. *Monthly Notices of the Royal Astrophysical Society*, 2017, 470: 1894.
- [29] BLANCO-PILLADO J J, OLUM K D, SHLAER B. The number of cosmic string loops [J]. *Physical Review D*, 2014, 89: 023512.
- [30] ROBSON T, CORNISH N J, LIU C. The construction and use of LISA sensitivity curves [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2019, 36: 105011.
- [31] HUANG S, HU Y, KOROL V, et al. Science with the TianQin observatory: preliminary results on galactic double white dwarf binaries [J]. *Physical Review D*, 2020, 102:063021.
- [32] DVORKIN I, BARAUSSE E. The nightmare scenario: measuring the stochastic gravitational-wave background from stalling massive black-hole binaries with pulsar-timing arrays [J]. *Monthly Notices of the Royal Astrophysical Society*, 2017, 470: 4547.
- [33] KROLAK A, TINTO M, VALLISNERI M. Optimal filtering of the LISA data [J]. *Physical Review D*, 2004, 70: 022003.
- [34] ROBINSON E L, ROMANO J D, VECCHIO A. Search for a stochastic gravitational-wave signal in the second round of the Mock LISA data challenges [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2008, 25: 184019.
- [35] THRANE E, ROMANO J D. Sensitivity curves for searches for gravitational-wave backgrounds [J]. *Physical Review D*, 2013, 88: 124032.
- [36] AMARO-SEOANE P, AUDLEY H, BABAK S, et al (LISA). Laser interferometer space antenna [EB/OL]. <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1702/1702.00786.pdf>.
- [37] ADE P A R, AGHANIM N, ARMITAGE-CAPLAN C, et al (Planck). Planck 2013 results. XXV. searches for cosmic strings and other topological defects [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2014, 571: A25.

(责任编辑 王海蓉)